

Lista 1: CM300 Introdução ao Cálculo

A. Ramos *

August 12, 2019

Abstract

Conjuntos numéricos e números reais; potências e radicais; polinômios e fatorização; expressões fracionárias.

1 Exercícios

Refaça os exercícios desenvolvidos em aula.

1.1 Conjuntos numéricos e números reais

1. Use a notação de intervalo para descrever o intervalo de números reais

- (a) x é maior que -6 e menor ou igual a 7;
- (b) x é positivo;
- (c) $x > -3$;
- (d) $[-3, 5[$.

2. Reescreva o que segue sem usar o símbolo para valor absoluto e simplifique:

- (a) $|5 - 9|$; *rpta* : 4
- (b) $|5| - |9|$; *rpta* : -4
- (c) $|3 - \pi|$; *rpta* : $\pi - 3$
- (d) $|4 - \pi|$; *rpta* : $4 - \pi$
- (e) $|x + 6|$ se $x < -7$; *rpta* : $-x - 6$
- (f) $|x^2 + 1|$. *rpta* : $x^2 + 1$

1.2 Potências e Radicais

1. Simplifique os seguintes termos

- (a) $\sqrt[4]{x^4 z^4}$; *rpta* : $|zx|$
- (b) $(x^2 y^9)^{1/3} (y^2 x)$; *rpta* : $y^5 x^{5/3}$
- (c) $[x(x+h)^2]^{1/2}$; *rpta* : $|x+h|\sqrt{x}$
- (d) $(\frac{x^{mn}}{x^{n^2}})^{1/n}$; *rpta* : x^{m-n}
- (e) $(x^2 y^4 z^6)^{1/2}$; *rpta* : $y^2 |x| |z^3|$

2. Substitua (sem calculador) \circ por $<$, $=$ ou $>$ para tornar as expressões verdadeiras

- (a) $(2^{-3})^{1/3} \circ 2$; *rpta* : $<$
- (b) $\sqrt[4]{(-2)^4} \circ -2$; *rpta* : $>$
- (c) $\sqrt{4} + \sqrt{9} \circ \sqrt{4+9}$; *rpta* : $>$

3. Simplifique

*Department of Mathematics, Federal University of Paraná, PR, Brazil. Email: albertoramos@ufpr.br.

(a) $x^0 + y^0 + (x + yx)^0 + (x^2y^{-1/5})^0$; *rpta* : 4

(b) $\left(\frac{8x^0y^5}{3x^5y^{-3}}\right)^{-2}$; *rpta* : $\frac{9x^{10}}{64y^{16}}$

(c) $\left(\frac{32x^2y^{-4}}{x^7y^6}\right)^{-3/5}$ *rpta* : $\frac{8}{x^3y^6}$

4. O tempo t (em segundos) que uma rocha leva para cair uma distância d (em metros) é aproximadamente $t = 0.45\sqrt{d}$. Se a rocha há estado caindo por 90 segundos, qual é a distância já percorrida?

5. Se a espessura s (em metros) do sedimento acumulado em uma lagoa é dado por $z = t/1500$, onde t é o tempo medido em anos.

(a) Quantos anos são necessários para formar um sedimento de 6m? *rpta* : 9 séculos;

(b) Qual é a espessura acumulada do sedimento em 30 anos? *rpta* : 2cm

1.3 Polinômios and fatorização

1. Fatore os polinômios

(a) $t^2 + 6t - 27$ *rpta* : $(t - 9)(t + 3)$

(b) $3y^2 - y - 14$ *rpta* : $(y + 2)(3y - 7)$

(c) $3x^2 - 4yt - 3xt + 4xy$; *rpta* : $(x - t)(3x + 4y)$

(d) $5z^2 - 3z - 14$ *rpta* : $(5z + 7)(z - 2)$

(e) $x^2 - 6x + 9 - y^2 - z^2 - 2zy$ *rpta* : $(x + y + z - 3)(x - y - z - 3)$

(f) $x^4 - 5x^2 + 4$ *rpta* : $(x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$

(g) $5(y^2 + 4)^4(8y - 1)^22y - 2(8y - 1)(y^2 + 4)^58$ *rpta* : $2(8y - 1)(48y^2 - 5y + 32)(y^2 + 4)^4$

2. Faça as operações indicadas

(a) $R^2 - (R - x)^2$; *rpta* : $2Rx - x^2$

(b) $(x + h)^3 - (x - h)^3$; *rpta* : $6x^2h + 2h^3$

(c) $(ax + by + c)^2$ *rpta* : $a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 + 2abxy + 2acx + 2bcy$

(d) $-3(a - 2)^3 + 5a(1 - 2a)^2$ *rpta* : $17a^3 - 2a^2 - 31a + 24$

(e) $-2(4x)(1 - x^2)^3$ *rpta* : $8x^7 - 24x^5 + 24x^3 - 8x$

1.4 Expressões fracionárias

1. Encontre o domínio de expressões algébricas

(a) $4x^3 - x^5$ *rpta* : domínio: \mathbb{R}

(b) $\sqrt{x - 5}$ *rpta* : domínio: $[5, \infty)$

(c) $\sqrt{x + 6}$ *rpta* : domínio: $[-6, \infty)$

(d) $\sqrt{2 - x}$ *rpta* : domínio: $(-\infty, 2]$

(e) $\frac{x}{x+6}$ *rpta* : domínio: $\mathbb{R} \setminus \{-6\}$, ou $x \neq -6$

(f) $\frac{3}{(x+6)(x-1)(x-4)}$ *rpta* : domínio: $x \neq -6, 1, 4$

2. Simplifique ou reduza as seguintes expressões

(a) $(x^2 - 2xy + y^2)/(x^2 - y^2)$, $x \neq \pm y$ *rpta* : $\frac{x-y}{x+y}$

(b) $\frac{2}{x^2-2x} + \frac{1}{x} + \frac{3}{4-x^2}$, $x \neq 0, \pm 2$ *rpta* : $\frac{x-1}{(x+2)(x-2)}$

(c) $\frac{x-4}{\sqrt{x-2}}$, $x \neq 4$ *rpta* : $\sqrt{x} + 2$

3. Simplifique as expressões, encontre o domínio onde ambas expressões são equivalentes

$$(a) \frac{y^2 + 3y}{y^3 + 3y^2 - 5y - 15}, \quad (b) \frac{8x^3 - 1}{2x^2 + 5x - 3}, \quad (c) \frac{\frac{y+x}{xy}}{\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}}, \quad (d) \frac{\frac{2(x+5)-13}{x+5}}{\frac{2(x-3)+3}{x-3}}.$$

Rpta :

$$(a) \frac{y}{y^2 - 5}; y \neq -3, \quad (b) \frac{4x^2 + 2x + 1}{x + 3}; x \neq 1/2, \quad (c) \frac{xy}{x - y}; x \neq 0, y \neq 0, x \neq y, \quad (d) \frac{x - 3}{x + 5}, x \neq 3, 3/2.$$